

AND-OR最小論理式とAND-EXOR最小論理式の カルノー図比較表示システム

神田 徳夫^{*1} 梶山 直幹^{*2}

Karnaugh Mapping System for Comparisons of AND-OR Minimum Expressions and AND-EXOR Minimum Expressions

Norio KODA^{*1} and Naoki KAJIYAMA^{*2}

Abstract

This paper shows the system to display the Karnaugh Maps of the minimum expressions for a given 4-variable function on a PC screen. This system displays both maps of the AND-OR minimum expressions (MSOPs) and the AND-EXOR minimum expressions (MESOPs) of a given function in parallel. Therefore, using this system, we can study some useful properties for the simplification of the logical expressions such as 1) the properties of each product term in the minimum expression, 2) the relationships between the product terms in the expression, and 3) the comparisons of the properties of MSOPs and MESOPs of a same function. This system is useful for the investigation of the heuristic algorithm for the simplification of SOPs and ESOPs, and the learning of the logic synthesis processes.

Key Words : Combinational logic, simplification of logical expression, Karnaugh map, SOP, ESOP

1. まえがき

積項を OR したものを AND-OR 二段論理式 (SOP), 積項を EXOR したものを AND-EXOR 二段論理式 (ESOP) という. 任意の論理関数は SOP でも ESOP でも表現できる. 論理式中の積項数が少ないほど簡単な論理式であるという. 任意の n 変数関数を論理式で表現するとき, SOP を用いた方が簡単に表現できる関数も存在するが, 必要な積項数の上界は ESOP の方が小さく, また, 必要な積項数の平均も ESOP の方が小さくなると推測されている. このことから, ESOP を用いた設計法が盛んに研究されている⁹⁾⁻¹⁰⁾.

さて, 与えられた論理関数を論理回路で実現する論理合成において, 論理式の単純化は最も重要な過程である. 与えられた関数を最小 SOP で表現する方法はほぼ確立されているが, ESOP の最小化は極めて困難であり, 現在, 主として発見的方法を用いた単純化法が研究されて

いる²⁾. 論理式の単純化を検討するとき, あらかじめ別の方法で求められた最小論理式の性質を考察し, その過程で得られた単純化に寄与する性質を利用して単純化アルゴリズムを構築する方法が考えられる.

本論文は, 最小論理式の性質の検討を支援することを目的とする最小論理式のカルノー図表示システムについて述べる. 本システムは, 網羅的方法によって求められた4変数関数の最小 SOP および最小 ESOP をカルノー図上に並列表示する. カルノー図は, 積項をループの形で図示できるので, 論理式中の積項の性質を直感的に把握しやすい. また, 与えられた関数を表現する SOP と ESOP を並列に図示するので, SOP と ESOP の特徴を比較検討できる. また, 本システムは, Java アプレットで実現されているので動作環境に融通性がある. 本論文では, 本システム構築の概要とその利用例について述べ, 本システムが論理合成の支援や学習に有用であることを示す.

*1 情報電子工学科

*2 情報電子工学科卒業生

2. 諸定義

本節では、本論文で用いる用語の定義について述べる。

[定義 1]

$f = p_{n-1} \cdot x_1 x_2 \cdots x_n \vee p_{n-1} \cdot x_1 x_2 \cdots \bar{x}_n \vee \cdots \vee p_0 \cdot \bar{x}_1 \bar{x}_2 \cdots \bar{x}_n$ において、その係数の列 $p_{n-1} p_{n-2} \cdots p_0$ を 2^n ビットの 2 進数と見たとき、これを論理関数 f の 2 進表現という。また、2 進表現を 16 進表現に変換したものを f の 16 進表現という。

[例題 1] 表 1 で与えられた関数の 2 進表現は、0100 1111 0110 1001 であり、16 進表現は 4f69 である。

表 1 4 変数関数の真理値表

a	b	c	d	f
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

[定義 2] x と \bar{x} を変数 x のリテラルという。また、論理式に含まれるリテラルの総数をリテラル数という。

[定義 3] 各変数のリテラルを高々 1 つしか含まない論理積を積項という。論理式に含まれる積項の総数を積項数という。

[定義 4] n 変数論理関数において、 n 個のリテラルの論理積で各変数のリテラルが 1 個だけ含まれるものを最小項という。関数 f に包含される最小項を f の最小項という。関数 f の最小項の個数を $|f|$ とするとき、 $|f|/2^n$ を真理値表濃度という。

[定義 5] 積項を OR で結合したものを AND-OR 論理和形 (SOP : Sum Of Products expression) という。また、積項を EXOR で結合したものを AND-EXOR 論理和形 (ESOP : Exclusive-or Sum Of Products expression) という。

[注意 1] 図 1 は SOP および ESOP の回路構成を示す。SOP と ESOP は二段回路で実現できる。論理式中の積項数とリテラル数はそれぞれ回路中の AND ゲート数と入力配線数に対応する。

[定義 6] 関数 f を表現する積項数最小の SOP を最小

SOP (MSOP) という。また、関数 f を表現する積項数最小の ESOP を最小 ESOP (MESOP) という。

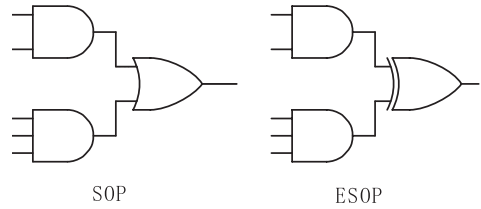


図 1 SOP と ESOP の回路構成

3. 4 変数関数の最小論理式

本節では、与えられた 4 変数関数の最小論理式 (MSOP および MESOP) を効率よく求める方法について述べる。与えられた関数の最小論理式をカルノー図に表現する場合、実用的には 4 変数以下の関数が対象となる。

3.1 関数の分類

4 変数以下の論理関数の個数は $2^{2^n} = 65536$ 個存在する。全ての関数の最小論理式を用意すると多くの記憶域を必要とする。そこで本システムでは変数の否定と置換に基づく NP 同値類¹⁾に分類して対象とする関数の個数を削減する。4 変数関数は 402 個の NP 同値類に分類できる。4 変数関数において、変数を否定する方法は 16 通り、変数を置換する方法は 24 通り存在する。これらは表 2、表 3 のように定義する。

[例題 2] 表 2 より、番号 10 の否定は変数 b と d を否定することを示す。また、表 3 より、番号 20 の置換は $d \rightarrow a$, $a \rightarrow c$, $c \rightarrow d$ の置換を行うことを示す。

[定義 7] 一つの同値類に属する関数の中で 2 進表現の最も小さい関数をその同値類の代表関数という。

4 変数関数を NP 同値類に分類した結果は 4 変数 NP 同値類表 (表 4) として登録する。この表を用いると、

- 1) 与えられた関数の属する NP 同値類の代表関数
- 2) 与えられた関数と代表関数との間の否定および置換の関係の情報

が得られる。従って、NP 同値類代表関数 (402 個) の最小論理式をあらかじめ用意すれば、与えられた関数の最小論理式は NP 同値類表を用いると容易に得られる。

[例題 3] 表 4 より、関数 017b と 2713 は、共に代表関数 016f とする NP 同値類に属する。関数 017b は代表関数 016f に対して 15 番目の否定と 2 番目の置換を施すと得られ、関数 2713 は代表関数 016f に対して 14 番目の否定と 20 番目の置換を施すと得られることを示す。

表2 否定番号表

否定 番号	変数			
	a	b	c	d
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

0 : 否定する
1 : 否定しない

表3 置換番号表

置換 番号	変数			
	a	b	c	d
0	a	b	c	d
1	a	b	d	c
2	a	c	b	d
3	a	c	d	b
4	a	d	b	c
5	a	d	c	b
6	b	a	c	d
7	b	a	d	c
8	b	c	a	d
9	b	c	d	a
10	b	d	a	c
11	b	d	c	a
12	c	a	b	d
13	c	a	d	b
14	c	b	a	d
15	c	b	d	a
16	c	d	a	b
17	c	d	b	a
18	d	a	b	c
19	d	a	c	b
20	d	b	a	c
21	d	b	c	a
22	d	c	a	b
23	d	c	b	a

表4 4変数NP同値類表

関数	代表関数	否定番号	置換番号	同値類番号
0001	0001	15	0	2
0002	0001	14	0	2
.
017b	016f	15	2	43
.
2713	016f	14	20	43
.
fa98	07b7	0	13	187
.
fff	fff	15	0	4.2

3.2 4変数関数の最小論理式の導出

任意のn変数関数の最小論理式を求める一般的な方法はまた提案されていない。しかし、変数の個数および必要な積項数が少ない場合は積項を網羅的に組み合わせる

網羅的方法によって最小論理式を実用時間内に求めることが可能となる。4変数の積項は81個存在する。まず、積項とその積項の表現する関数値および積項のリテラル数を内容とする積項表(表5)を用意する。

表5 4変数積項表

積項	関数値	リテラル数
abcd	0001	4
.	.	.
$\bar{b}c\bar{d}$		
.	.	.
$\bar{a}--d$	00aa	2
.	.	.
--c-	cccc	1
.	.	.
----	ffff	0

また、4変数関数の生成状況の管理および最小論理式の登録を行うために、代表関数、最小論理式、最小論理式の積項数とリテラル数を内容とする最小論理式登録表を用意する。網羅的方法によって最小論理式を求める方法を次に示す。

【代表関数の最小論理式を求めるアルゴリズム】

- 1) $t \leftarrow 0$.
- 2) t 個の積項を組み合わせて論理式を生成し、生成された論理式の表現する各関数について3)を行う。
- 3) 生成された関数が代表関数であるときは、以下を行う。
 - 3.1) 生成された関数の論理式がまだ最小論理式登録表に登録されていないならば生成された論理式を登録する。
 - 3.2) 既に論理式が登録されていて、かつ、新たに生成された論理式の品質の方が良い場合は既に登録されている論理式を破棄して新たに生成された論理式を登録する。
 - 3.3) 既に論理式が登録されていて、かつ、新たに生成された論理式の品質が登録されているものと同じ場合は、新たに生成された論理式を追加登録する。
- 4) 全ての代表関数の論理式が生成されたら終了する。最小論理式登録表に格納されているものが最小論理式である。
- 5) $t \leftarrow t+1$ として2)に行く。

[注意 2] 2)において、MSOPを求める場合は選択した積項をORし、MESOPを求める場合は選択した積項をEXORすればよい。

なお、与えられた関数に対して積項数およびリテラル数が同一の最小論理式が複数個存在する場合がある。本システムでは同一品質の最小論理式は全て登録する。NP 同値類表と最小論理式登録表を用いて、与えられた4変数関数の最小論理式を求めるアルゴリズムを次に示す。

[任意の関数の最小論理式を求めるアルゴリズム]

- 1) NP 同値類表を用いて、与えられた関数の属するNP 同値類の代表関数および否定番号、置換番号を得る。
- 2) 最小論理式登録表を用いて、1) の代表関数の最小論理式を得る。
- 3) 1) の否定、置換情報を用いて、2) の最小論理式に対して否定、置換を行うことにより、与えられた関数の最小論理式を得る。

[例題 4] 4 変数関数 2713 の MESOP を求める。

- 1) 4 変数 NP 同値類表 (表 4) より、関数 2713 の NP 同値類代表関数は 016f である。また、016f から 2713 を得るための否定番号 14 および置換番号 20 を得る。
- 2) 最小論理式登録表より、代表関数 016f の MESOP は、
$$\bar{a} - - - \oplus \bar{a}bc - \oplus \bar{a}b - \bar{d} \oplus \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$$
であることを知る。
- 3) 2) の MESOP に対して、否定番号 14 (d の否定) および置換番号 20 (d→a, a→c, c→d) を施すことにより、与えられた関数 2713 の MESOP は、
$$- - \bar{c} - \oplus - \bar{b}\bar{c}d \oplus \bar{a}b\bar{c} - \oplus \bar{a}b\bar{c}\bar{d}$$
と求まる。

4. カルノー図表示システム

本章では、与えられた論理関数の MESOP と MSOP をカルノー図上に表示するシステムについて、全体の処理の概要、システムの持つ機能について述べる。なお、本システムは、JAVA を用いて開発した。

4.1 処理の概要

本システムでは、与えられた関数の最小論理式の導出とそのカルノー図表示を行うために、以下のデータ群をシステム内に登録しておく。

- 1) 4 変数 NP 同値類表
 - 2) 4 変数 NP 同値類代表関数の MESOP 登録表
 - 3) 4 変数 NP 同値類代表関数の MSOP 登録表
 - 4) 積項ループの描画に使用する座標の登録表
- これらのデータ群を用いた全体の実行処理の流れを以下に示す。
- 1) 初期化
変数と描画領域の初期化を行う。
 - 2) パーツの生成
ボタン、ラベル、関数などを入力するテキストフ

ールドのオブジェクトを生成する。

- 3) パーツの実体化
2) で生成を行った各パーツに対して、フォント、色、サイズ、配置位置 (座標) の設定を行って実体化した後、アプレット上へと配置する。
- 4) イベント処理
イベントに対して待機状態となり、ボタン入力などのイベント発生時にはそのイベントに対応した処理が実行される。処理が終了した場合には再び待機状態に入り、アプレットが終了されるまでイベントの待機及び実行を繰り返す。主なイベント処理を以下に示す。
 - 4.1) 関数データ入力処理 (ボタン)
カルノー図上のセルに直接 1 を立てることにより入力された関数を関数入力用テキストフィールドに入力表示する。
 - 4.2) 関数入力用テキストフィールドに入力された関数をシステム内に取り込む。
 - 4.3) 必要データの作成 (ボタン)
4 変数 NP 同値類表、代表関数の MESOP 登録表、代表関数の MSOP 登録表を用いて、入力された関数の最小論理式とその関連データの作成を行う。
 - 4.4) 積項ループ描画処理 (ボタン)
4.3) で作成されたデータを用いて積項ループの描画処理を行う。描画処理ボタンの入力を受ける度に順次適切な積項ループの表示を行う。
 - 4.5) クリア処理 (ボタン)
クリアボタンの入力を受け、変数、領域の初期化、データの消去及び積項ループの消去を行い、初期状態に復帰する。

4.2 システムの機能

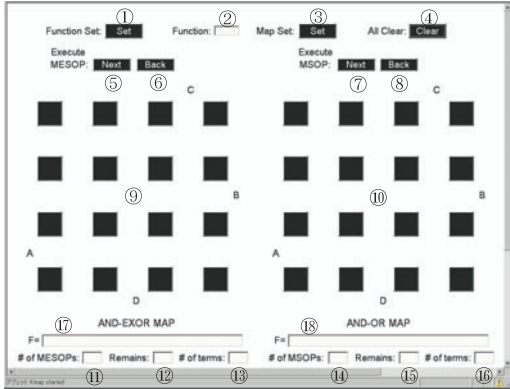
本システムは、与えられた4変数関数の同一品質の MESOP および MSOP を順次カルノー図上に表示する機能を持つ。ここでは、システムの動作機能を表示例を用いて説明する。カルノー図表示画面の全体図及び各部の機能の概要を図 2 に示す。

4.2.1 関数の入力

本システムにおいて関数を与える方法は、1) 16 進表現による入力、および、2) カルノー図上への直接入力の二通りの方法が可能である。

- 1) 16 進表現による関数入力
図 3 の入力フォームに入力したい関数の 16 進表現をキーボードから入力する。その後、Map Set ボタン (③) を

クリックすると、MESOP および MSOP 表示用カルノー図上の該当するセルに '1' が表示される。この時点でシステム内に関数が取り込まれて、与えられた関数の MESOP および MSOP が求められ、カルノー図表示の準備が完了する。また、最小論理式の積項数とその個数 (図 2 の⑪, ⑬, ⑭, ⑯) が表示される。



- ① カルノー図への直接関数入力の設定
- ② 16進表現による関数入力欄
- ③ 入力された関数を両方のカルノー図上に表示
- ④ すべての表示部を初期状態にする。
- ⑤ 次のMESOPを表示
- ⑥ 前のMESOPを表示
- ⑦ 次のMSOPを表示
- ⑧ 前のMSOPを表示
- ⑨ MESOPのカルノー図表示領域
- ⑩ MSOPのカルノー図表示領域
- ⑪ MESOPの個数
- ⑫ MESOPの表示の残数
- ⑬ MESOPの積項数
- ⑭ MSOPの個数
- ⑮ MSOPの表示の残数
- ⑯ MSOPの積項数
- ⑰ MESOPの論理式
- ⑱ MSOPの論理式

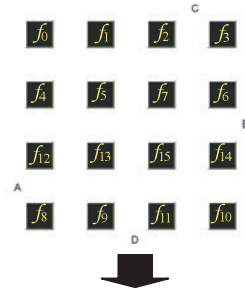
図2 カルノー図表示の全体図

Function: Map Set: Set

図3 16進表現による関数の入力フォーム

2) カルノー図上への直接関数入力

図4はカルノー図の各セルと関数の2進表現の対応を示している。各セルは、何も表示されていなければ0、1が表示されていれば1という情報を持つ。セルの部分をクリックする度にそのセルの持つ情報と表示が交互に変化する。MESOP表示用のカルノー図(⑨)上で任意個のセルをクリックした後にFunction Setボタン(⑰)をクリックすると、全体のセルの情報より関数値が算出されてその16進表現が②に表示される。また、同時にMSOP表示用のカルノー図(⑩)にも同一の関数が表示される。



$$f = f_{15}f_{14}f_{13}f_{12}f_{11}f_{10}f_9f_8f_7f_6f_5f_4f_3f_2f_1f_0$$

図4 カルノー図と関数の2進表現の対応

4.2.2 最小論理式の表示

関数入力によって与えられた関数のMESOPおよびMSOPは前節で述べた方法により求められて表示の準備が完了する。⑤をクリックするとMESOPの論理式とその積項数がそれぞれ⑰, ⑬に表示され、論理式の各積項が⑨にループとして表示される。積項の個数が複数個ある場合は、カルノー図上のループが重ならないように表示し、また、積項を区別しやすくするために各積項ループを色分けして表示する。与えられた関数の同一品質のMESOPの個数が⑪に表示されて、⑤をクリックする度にそれらを順次表示し、残りのMESOPの個数を⑫に表示する。また、⑥をクリックすると以前に表示したMESOPの情報を再び表示できる。同様に、与えられた関数のMSOPの情報を表示する場合は、⑦, ⑧をクリックすることにより、図2の右側に該当する情報が表示される。なお、論理式中の積項は、各変数の肯定リテラル、否定リテラル、don't careを、それぞれ、'1', '2', '3'として表現している。

[例題5] 関数 $f = 6868$ の最小論理式の情報を表示する。

1) Function (②) に"6868"を入力し、Map Set (③) をクリックする。両方のカルノー図上の該当するセルに'1'が立つ(図5)。

- 2) Execute MESOP の Next (⑤) をクリックすると関数 f の MESOP の個数, 積項数, および, 複数個ある MESOP の内の最初の MESOP の論理式とそのカルノー図が表示される. また, 同時に, MSOP の個数, 積項数も表示される. 与えられた関数の MESOP の積項数は3個であり, 同一品質の MESOP が3個存在し, 最初の MESOP の論理式は, $F = \overline{B}CD \oplus BD \oplus D$ となることを示す. また, この関数を MSOP で表すと, 積項数は3個, 同一品質の MSOP は1個存在することを示す (図6).

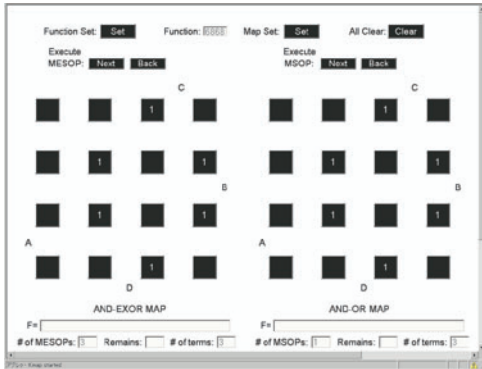


図5 カルノー図に関数が表示された状態

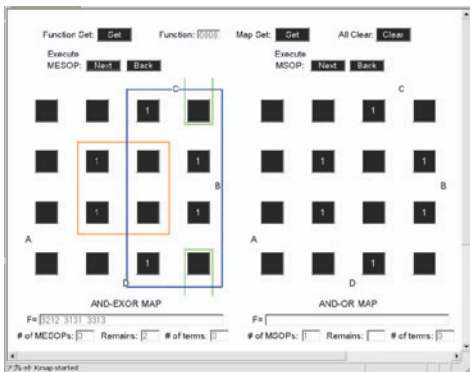


図6 Execute MESOP Next を押した状態

- 3) Execute MSOP の Next (⑦) をクリックすると, MSOP の論理式とそのカルノー図の表示が追加される. この関数を MSOP で表すと, $F = \overline{B}CD + B\overline{C}D + B\overline{C}\overline{D}$ となることを示す. この状態で, 同一関数の MESOP と MSOP を比較できる (図7).
- 4) 与えられた関数の MESOP は複数個存在しているので, 再度 MESOP 側の Execute (EXOR, ⑤) をクリックすると別の MESOP の論理式とそのカルノー図

が表示される (図8). この関数を MESOP で表現すると, $F = B\overline{C}D \oplus B \oplus CD$ とも表せることを示す. この状態で, Execute MESOP の Back (⑥) をクリックすると, MESOP の情報は再び図6の状態に復帰できる.

- 5) All clear (④) をクリックすると関数入力前の初期状態に復帰する.

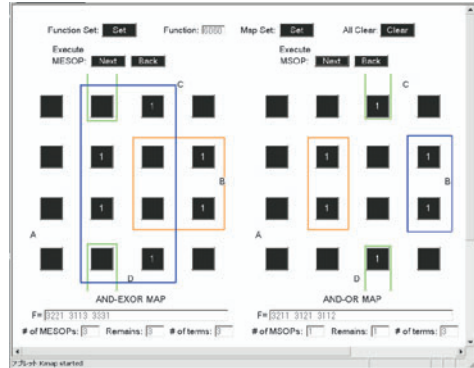


図7 Execute MSOP Next を押した状態

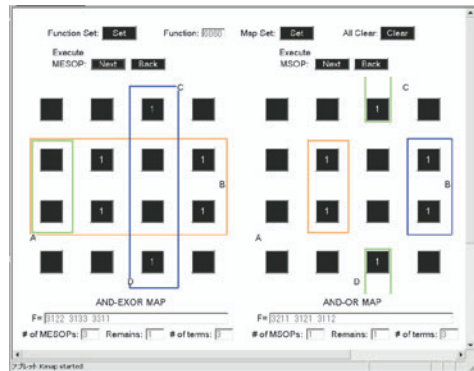


図8 再度 Execute MESOP Next を押した状態

5 本システムの利用例および検討

本節では, 本システムを用いて与えられた関数を MSOP と MESOP で表現したときのそれぞれの特徴及びそれらを比較検討した例を示す.

- 1) MESOP の特徴 (リテラル数の削減)

図9は, 関数 $f = 6666$ の最小論理式の表示を示す. この関数を MESOP で表現すると $F = C \oplus D$, MSOP で表現すると $F = C\overline{D} + \overline{C}D$ となることを示す. この場合, MESOP と MSOP の積項数は同じであるが, MESOP のときは EXOR の性質によりカルノー図上

のセルを偶数回被覆すると'0'となることを利用することにより、リテラル数の少ない積項を用いて関数を表現できることを示す。

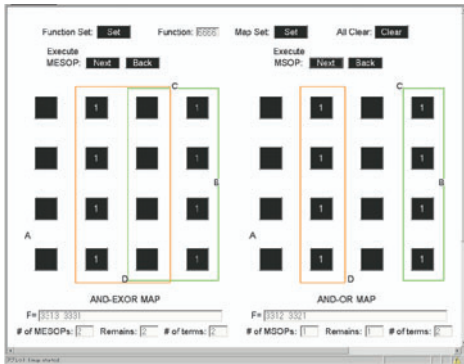


図9 関数 $f = 6666$ の最小論理式

2) MESOP の特徴 (積項数の削減その 1)

図 10 は、関数 $f = ffe$ の最小論理式の表示を示す。この関数を MESOP で表現すると $F = 1 \oplus \overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D}$ 、MSOP で表現すると $F = A + B + C + D$ となることを示す。MESOP の場合、与えられた関数の真理値表濃度が高いときは否定関数の最小論理式を求めてそれを更に否定 (1 を EXOR すること) することにより MSOP よりも簡単な論理式が得られる場合があることを示す。

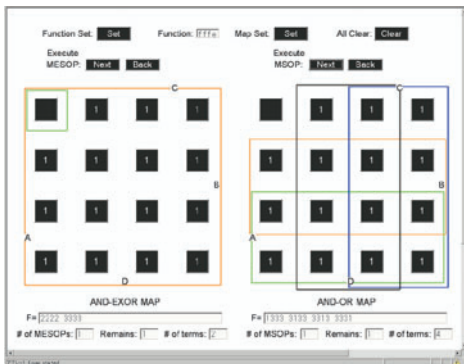


図10 関数 $f = ffe$ の最小論理式

3) MESOP の特徴 (積項数の削減その 2)

図 11 は、関数 $f = 6996$ (パリティ関数) の最小論理式の表示を示す。この関数の場合、隣接関係にある最小項の組が一つもない。従って、この関数を SOP で表現したときには 8 個の最小項の論理和で表すことしかできない。これに対して、ESOP で表現したと

きは、カルノー図上の 1 のセルは奇数回被覆し、0 のセルは偶数回被覆するように積項を選ぶと、 $F = A \oplus B \oplus C \oplus D$ と表現でき、必要な積項数は SOP の 1/2 個でよい。このような状況はカルノー図で表現するとその特徴を直感的に把握できる。

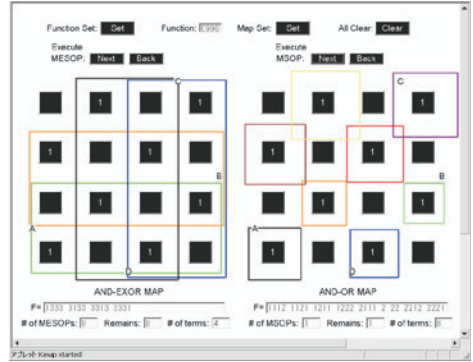


図11 関数 $f = 6996$ の最小論理式

4) MSOP の方が簡単に表現できる例

図 12 は、関数 $f = f888$ の最小論理式の表示を示す。この関数を MESOP で表現すると $F = ABCD \oplus AB \oplus CD$ 、MSOP で表現すると $F = AB + CD$ となり、MSOP の方が簡単に表現できる。この原因は、SOP の場合はカルノー図上の 1 を何回被覆してもよいが、ESOP の場合は 1 を奇数回被覆しなければならないことによる。このように与えられた関数によっては SOP を用いた方が簡単に表現できる場合も存在することが分かる。

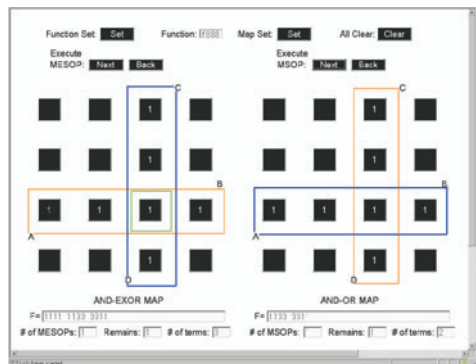


図12 関数 $f = f888$ の最小論理式

本システムを用いて論理式を表現すると、論理式を構成する積項の役割および各種項間の関係を直感的に把握できるので、最小論理式の特徴を抽出するための支援ツールとして有用である。また、MESOP と MSOP を並列

に表示できるので、与えられた関数に対する最適な回路形式を選択する方法を検討する手段としても利用できる。また、OR を用いた合成法と EXOR を用いた合成法を比較学習するシステムとしても有用である。

本システムの問題点としては、論理式中の全ての積項ループが実行ボタンにより瞬時に表示されるため、各積項とそのループの関係を把握しにくい。これを改善するために、

- 1) 積項ループの描画スピードを可変とする。
- 2) 積項とそのループの関連を判別する機能を付加する。などが考えられる。また、本システムでは、論理式中の肯定リテラル、否定リテラル、don't care をそれぞれ、'1', '2', '3' で表現しているが、これらを 'x', \bar{x} , - の表現を用いて表すと直感的に分かり易い。これらを改善することにより、一層理解しやすい論理合成学習システムになると考えられる。

6. むすび

本研究では 4 変数以下の関数の MESOP 及び MSOP をカルノー図上に表示するシステムを開発した。本システムは、

- 1) 積項をループの形で表現できるので、論理式中の各積項の役割および積項間の関係を直感的に把握し易い。
- 2) 与えられた関数の MESOP と MSOP を同時に表示できるので、EXOR を用いた合成法と OR を用いた合成法の特徴と相違点を理解し易い。
- 3) Java アプレットとして実現されているので、利用環境に融通性がある。

などの特徴を持つ。本システムは、論理合成におけるヒューリスティックな論理式簡単化アルゴリズムの検討や、論理合成学習支援システムとして有用である。

文献

- 1) Sasao, T. and Besslich P. W.: On the complexity of MOD-2 SUM PLA's, IEEE. Trans. Comput., Vol.39,

No.2, PP.262-266(1990)

- 2) Sasao, T. : EXMIN2: A simplification algorithm for Exclusive-Or-Sum of Products expressions for multiple-valued input two-valued output functions, IEEE Trans. on CAD, Vol.12, No.5, pp.621-632(1993)
- 3) 神田徳夫, 笹尾勤: 4 変数 AND - EXOR 最小論理式とその性質, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J74-D-I, No.11, pp.765-773(1991)
- 4) 神田徳夫, 笹尾勤: AND - EXOR 論理式の積項数の上界について, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J75-D-I, No.3, pp.135-142(1992)
- 5) 神田徳夫, 笹尾勤: 下界定理を用いた AND - EXOR 論理式の簡単化法, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J76-D-I, No.1, pp.1-10(1993)
- 6) 神田徳夫, 笹尾勤: 多出力 AND - EXOR 論理式簡単化の一手法, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J79-D-I, No.2, pp.43-52(1996)
- 7) 立野竜也, 神田徳夫: 積項の変形則を用いた AND - EXOR 論理式の簡単化法の改善: 電気・情報関連学会中国支部連合大会, pp.454(1997)
- 8) 清水将史, 神田徳夫: 積項選択法による ESOP 論理式の簡単化, 電気・情報関連学会中国支部連合大会, pp.32(1998)
- 9) 神田徳夫: SOP 及び ESOP を用いた多段論理合成, 徳山高専研究紀要, Vol.23, pp.1-5(2001)
- 10) 神田徳夫, 新田貴之: EXOR ゲートを用いた多段論理回路の検討, Vol.29, PP.19-24(2005)
- 11) 室賀三郎著, 笹尾勤訳: 論理設計とスイッチング理論, pp.183, 共立出版(1981)
- 12) 梶山直幹: 論理合成支援ツールの開発 - カルノーズ表示システム -, 平成 16 年度卒業研究論文集, pp.107-114, 徳山高専情報電子工学科(2005)
- 13) 梶山直幹, 神田徳夫: 最小論理式のカルノーズ表示システム, 電気・情報関連学会中国支部連合大会, pp.115-116 (2005)

(2007.9.5 受理)